

中学校数学における課題学習による単元構成についての研究

田 口 隆 夫

上越教育大学大学院修士課程2年

1. はじめに

数学の通常の授業は、積み重ねの教科というイメージがある。例えば、式の計算ができれば方程式が解けないという考えで、まず式の計算を生徒は強制されている。後で役立つからということで、生徒は知識や技術を積み上げているのである。このように通常の授業の単元構成は数学の系統性に沿っており、生徒の問題意識の流れに沿っていない。だから、数学の体系を重視した通常の授業の単元の構成ではなく、生徒の認識の順序に沿った単元の構成が通常の授業でも極めて重要である。

そこで生徒の認識の順序に沿った学習方法として、生徒の「主体的な学習」や「数学的な見方や考え方」の育成をねらいとし、中学校数学科では課題学習を実施している。しかし、生徒にとってその課題学習での主体的な学習活動が、通常の授業にも活かされているとは限らない。また通常の授業では、教師が指導したい数学の内容としての指導目標を達成しなければならない、という側面がある。そこで、課題学習での主体的な学習活動が通常の授業でも活かされ、また数学の指導目標も達成できるようにするには課題学習のアイデアを通常の授業にどのように活かしていくかを考える必要がある。

本稿では、通常の授業においても、課題学習のように主体的な学びが生じ、かつ数学の指導目標も達成できるよう意図して、単元を

構成する可能性について検討することを目的とする。

2. 課題学習に関わる先行研究

2.1 課題学習が導入された背景、目的

課題学習が導入された背景や目的について考察する。まず、課題学習を導入するねらいについて、古藤(1989)は次のように述べている。

「課題学習を導入するねらいは、すべての生徒に数学を学習する意欲を与え、達成のよろこびを体験させる点におかれているのであるから、その解決に際してあまり高度な数学的な技巧を必要とする課題は避ける必要があると考えられる。

再言すれば、新しく登場した『課題学習』指導のねらいは、数学的な知識・技能の習熟よりも、生徒たちの数学の学習に対する興味・関心や創造力、活用力の育成にそのねらいがおかれているのである。」(p. 3)

このように、課題学習の導入のねらいを達成するには、古藤の課題学習のねらいでもある興味・関心や創造力、活用力の育成、数学的な見方や考え方の「よさ」を感得できる学習指導が必要である。また、古藤は課題学習における配慮として次の点を指摘している。

「課題学習の指導においては、問題場面に直面したとき、生徒たちの個人追究、または、グループの集団討議などを通して、各自の既習経験や既習の知識・技能を駆使し

て取り組むプロセスを重視したい。」(p. 4)

以上のことから、課題学習は生徒に学習意欲を与え、数学の体系に偏することなく生徒たちの数学の学習に対する興味・関心や創造力、活用力の育成をねらいとして導入された。この課題学習のねらいから分かるように学習内容や学習の構成にあまりこだわらず、これまで授業で扱われなかったような課題を課題学習として取り扱っていくことが、多くの課題学習の授業展開の方法である。

2.2 課題学習を日常化する先行研究

しかし、課題学習には次のような問題点が考えられる。課題学習は通常の授業の内容と関連が少ないため、通常の授業においても、興味・関心や創造力、活用力が育成されるとは限らない。

この課題学習の問題点を改善するために、課題学習を日常化しようとする先行研究がある。よって、その課題学習の日常化する先行研究について考察していく。

2.2.1 曽根崎(1992)の研究

課題学習のねらいから、これまで扱われなかったような課題を課題学習として取り扱っていくことが、課題学習の授業展開としての1つの方法であった。これに対して、曽根崎の考えは、通常の授業で扱っているような課題を「授業展開の工夫」によって、課題学習のねらいを達成するように展開することができるものである。曽根崎は、この「授業展開の工夫」について次のように述べている。

「課題学習のあり方は、数学史やパズルなどもある。しかし、その『課題の工夫』よりも『授業展開の工夫』に焦点を当てることにより、毎日行われている授業の延長線上に、課題学習が展開できるものとして位置づけることにした。」(p. 144)

そして、曽根崎は多様な授業展開から生徒

の多様な考えを活かすことを次のように述べている。

「普段の授業でも多様な考えを取り上げること自体が『目的』となるよう展開されることもある。そして、多様な解決方法は結局最適、最善の方法にまとめられる。この1つの方法しか許さないのであれば、実質これまでの学習と何ら変わらない。生徒の主体的な学習を促進するためには、一人ひとりが自由に考え、それが授業の中で認められることが必要なのである。それと同時に、いくつもの生徒の反応から最良のものを選択し焦点を当てて指導することも授業の指導目標のねらいとしては必要不可欠である。」(p. 139)

ここで曽根崎が述べている生徒の多様な考えを取り上げることと、その多様な考えの中の最良のものに焦点を当てることが、主体的な学習と授業の指導目標の達成という点から、どのように両立するのか、さらに明らかにする必要がある。

また、曽根崎の主張している課題学習は、生徒の主体的な学習を授業の中で促進することができる。しかし、問題となるのは「授業展開の工夫」によって課題学習を行うと、時間がかかることである。そこで、曽根崎は年間を通して課題学習を適切に位置づけることにより通常の時間内で課題学習の実施を可能としている。課題学習のねらいを通常の授業でも活かすためには、年間を通してだけでなく単元の中でも、どのように位置づければよいのか考慮する必要がある。

2.2.2 井上(1993)の研究

井上は課題学習の日常化の具体的な方法として「大きな課題学習」と「小さな課題学習」の2つに分けて考えている。「大きな課題学習」は2通りあり、1つはこれから学習する内容・領域のイメージづくり・概要つかみをねらいとし、主に単元の導入で行う課題学習

としている。もう1つは、主に単元の最後にあたるもので、その単元の既習内容をあらためて総合的に見直すまとめとしての課題学習としている。そして、「小さな課題学習」とは、通常スタイルである教師による説明・提示をとりながら、その延長線上で課題学習を展開することとしている。このときの「小さな課題学習」は、通常の授業においても生徒の興味・関心を喚起するという意味がある。その例として「特別な平行四辺形」の授業展開がある。まず、教科書の流れに従ってひし形、長方形、正方形の定義を確認し、これらがすべて特別な平行四辺形であることを確認する。その後に対角線の性質を確認したあとで、それぞれの四角形を線対称な四角形として考察する課題学習として展開している。このようにすれば、通常の授業の延長線上に課題学習を展開できると井上は述べている。

井上の課題学習の日常化から次のような考察ができる。「小さな課題学習」を日常的に取り組ませるためには、「主体的な学習」や「数学的な見方や考え方」が、どのように保証されるかを考えなければならない。つまり、課題学習としてではない通常の授業でも、「主体的な学習」が継続して行われるためには、どのような工夫が必要なのかを加味した改善の余地があるものと考えられる。

したがって、「大きな課題学習」と「小さな課題学習」のねらいが、通常の授業においても生徒の主体的な学習を促進されるために、課題学習だけでなく通常の授業を含めた単元全体を通して考える必要がある。

2.2.3 三山(1990)の研究

三山は課題学習のあり方として次のように結論づけている。

「課題学習のための課題の選択と配列は、課題の斬新さに偏することなく、これまでの教育現場における実践結果などを踏まえ

て十分に可能である。」(p. 99)

この記述は、通常の授業で扱われるような課題であっても、生徒の問題意識に配慮し、工夫することによって課題学習として実施できることを示唆している。そして、三山は「生徒の特性」にかかわる実態を提示することが、緊急の課題であるとし、このことに関する知見として次のように述べている。

「課題学習は、何よりも生徒の関心と問題意識に立脚すべきであり、課題学習については、その意義や内容の議論に加え、生徒の実態に関する研究が不可欠である。」

(p. 99)

この知見から、課題学習における課題の解決過程で生徒の問題意識の確立と問題意識の様相についてさらに研究していく必要があることが示唆される。

2.3 先行研究の分析と考察

生徒の主体的な学習を促すために、三山や曽根崎が述べているように生徒の「多様な考えを認めること」が重要である。また「単元に制約されない自由な発想」は、多様な問題意識を含んでいるといえる。しかし、「多様な考えを認められる」としても生徒は数学の指導目標も達成できるとは限らない。また、数学の指導目標に思考を向けさせながらも「単元に制約されない自由な発想」を大切にするにはどうすればよいのか考える必要がある。

また、三山が述べているように「生徒が課題を自分自身の問題」と考えることが重要であることを指摘している。曽根崎の「授業展開の工夫」の考えや井上の「単元構成」の考えは、単元の中のいくつかの授業を課題学習として行い、その効果を通常の授業でも活かそうとする考えである。この考えは、数時間の通常の授業を工夫することによる短いスパンの中で、自分自身の問題として意識できる。しかし、それが課題学習以外の通常の授業に

においても自分自身の問題として意識できるとは限らない。その理由として、通常の授業では、それ以前の学習の流れが分からず、何のために今この学習をしているのか理解していないことがあげられる。したがって、生徒の問題意識を継続するためにはどのような工夫が必要なのか考える必要がある。

「生徒の認識の順序」は直線的には進まない。そのことを、長島(1998)は次のように述べている。

「『学び』は既存の知識と関連づけることによって起こるが、たとえ、その時間の中で関連づけに失敗し学べなかったとしても、その後の学びが成立する可能性がある」(p. 92)

この長島の指摘から、生徒の認識の順序は疑問を残しながら問題意識が持続したり、ある場面の学習が数時間前の学習から理解できることもあり、生徒の学びは直線的に進まないことが考えられる。したがって、生徒の問題意識を継続させるためには、1時間ではなく何時間かの長いスパンの中で生徒の問題意識を考える必要が出てくるのである。

このことに関して、曽根崎や井上の研究を考察する。曽根崎の「授業展開の工夫」は毎日行われている授業の延長線上に行われる。また、井上の「単元の構成」は、大きな課題学習や小さな課題学習として通常の授業を指導することができる。曽根崎や井上のアイデアを活かすとするなら、主体的な学習を促し、学習した知識が再構築されていくような単元全体での生徒の問題意識の継続が重要である。

2.4 課題学習を日常化するための課題

先行研究における課題学習の日常化は、生徒の問題意識を確立させることはできるが、その問題意識を継続させるということが難しい。その理由は、生徒の認識の順序は直線的には進まず、何時間かの長いスパンの中で考

えなければ問題意識はつながらないことが考えられるからである。

また、課題学習の日常化は、個性を活かし創造性の育成に適しているけれども、知識や技能が身につけにくく、また生徒の認識の順序が直線的に進まないため、時間がかかるなどの問題点がある。

つまり、課題学習を日常化するときの残された課題は、生徒の問題意識をどのように継続させ、かつ、数学の指導目標も達成できるかを明らかにすることと考えられる。

3. 課題学習による単元構成の方法

主体的な学習と数学的な見方や考え方を育成するための具体的な方法として、生徒の問題意識の継続が先行研究から大切な要素として示唆される。

久保田(1994)は、「問題意識とは、子どもが何らかの形で認知の不均衡を自覚し、数学的な価値ある情報を求めていく意識である」(p. 35)と規定している。

このように主体的な学習を促進するために考えられた課題学習を日常化する構成について考えると、久保田の指摘する既存の知識から起こる認知の不均衡が、問題意識を確立・継続させるために重要であるといえる。認知の不均衡とは、久保田の問題意識の規定から、問題に直面したとき既存の知識では解決できないことから生じる不安定な状態である。この不安定な状態を生徒が解消しようとして、自らの問題を解決する主体的な学習で行うと考えられる。

次に、この認知の不均衡について考察することにする。

3.1 認知の不均衡について

日下(1996)は、不均衡についてピアジェの概念を次のように要約している。

「子どもは行為や対象のポジティブ(肯定)な側面のみ着目して、ネガティブ(否定)

な側面を無視するという認知的態度が見られ、その結果としての矛盾が生じるというのだ」(p. 170)。

このように子どもがポジティブな側面のみ着目しネガティブな側面を無視する例として、日下はピアジェの行った実験例を挙げて説明している。

「同数の要素をもつ2つの集合があって、その一方の集合からもう一方の集合へ要素を n 個移した場合、それらの集合間の要素の差は $2n$ 個になるのに、年少の幼児たちは n 個と答えてしまうことが多い。それは、この子どもたちが要素を加える行為(肯定)しか考えておらず、要素を取り去る行為(否定)を無視しているからである」(p. 170)。

このとき、ネガティブな側面が無視されるのは、否定が、肯定と違って最初から与えられているのではなく、2次的に構成されなければならないからであり、これが年少の子どもにとっては困難といえる。したがって、否定に対して肯定が常に優位であって、その結果として不均衡が生じるとするものである。

この認知の不均衡に関する先行研究から、筆者は認知の不均衡を「既存の知識では、解決できないことから生じる不安定な状態」と捉えた。このことを基にして、課題学習によって単元を構成する可能性について検討する。

3.2 数学の指導目標に関わる認知の不均衡

相馬(1997)は、問題づくりの視点について、授業のはじめに与えられる「問題」づくりの前に検討しなければならないこととし、「指導目標」と生徒が自ら解決しようとする「課題」を挙げている。

つまり、

「指導目標」を決める 生徒が解決する「課題」を決める 教師が提示する「問題」をつくる
--

という順序で問題づくりの手順を説明してい

る。

この考えを課題学習による単元構成に応用して考える。つまり、教師側の意図する指導目標から逆の手順で構成する。ここでは教師が提示するものを「課題」とし、その中で生徒が自分の問題として意識し、生徒が見出すものを「問題意識」とする。

「指導目標」を決める 生徒が見出す「問題意識」を予想する 「認知の不均衡」を設定する 認知の不均衡を生み出すように教師が提示する「課題」をつくる

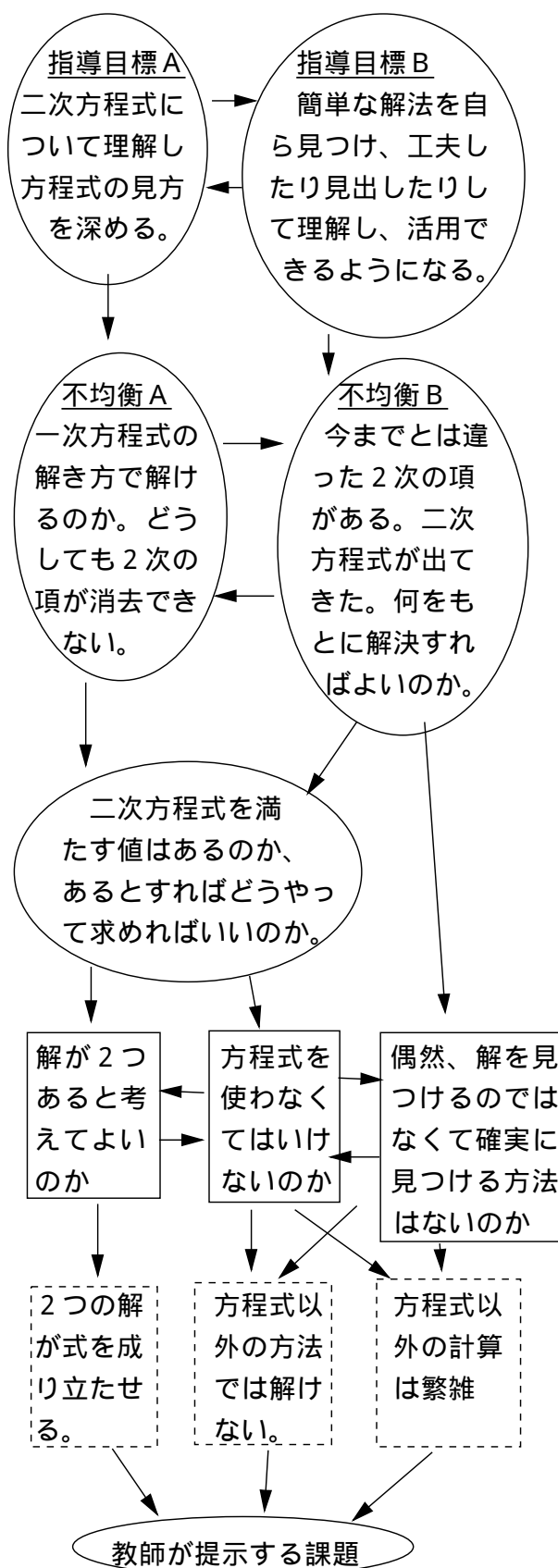
以上のことから、認知の不均衡を視点にして、生徒の問題意識の継続や単元での数学の指導目標を達成するために課題を設定する。このように指導目標から課題をつくるアイデアを基にして、単元全体を具体的に構成していく。

4. 課題学習による具体的な単元構成

4.1 指導目標を基にした問題意識のネットワーク

本稿では、中学校3年「二次方程式」を具体例としてとりあげる。図1(次ページ参照)に示す指導目標A、Bは文部省の「二次方程式」の指導目標を数学の知識・理解や技能に関するものと、数学的な見方・考え方や関心意欲に関する2つにまとめたものである。Aの目標は、二次方程式の意味を理解させるために設定した。またBの目標は、二次方程式の解法を通して数学的な見方や考え方の良さを知り、その良さを通して問題意識を継続させることにもねらいがある。

図1で示したネットワークは、指導目標を達成するために、それに関わる不均衡を明確にしたものである。まずA、Bの指導目標を導き出すような不均衡が表れるようにする。そして、不均衡A、Bから派生する不均衡がその下の実践の四角の中の記述



< 図1 指導目標を基にした問題意識のネットワーク >

になる。また、それぞれの四角の不均衡を解消したものを最後の点線とした。

まず、この問題意識のネットワークに関してAの不均衡を生み出す工夫を述べる。それは数値的にどうしても今までの一次方程式などの既知の知識だけでは解決できない場面を意図的に設定することである。Bの不均衡を導くための課題は、数の当てはめで解決しようとするもの、一次方程式や二次方程式で考えるもの、などの多様な解法ができるような課題にする。その中で、一次方程式などの既知の知識で解決できるものと、どうしても既知の知識では解決することのできない場面が出てくることから不均衡Bが設定できる。

このとき、不均衡Aから派生した「二次方程式を満たす値はあるのか、あるとすればどうやって求めればいいのか。」という不均衡が出てくる。この不均衡は、その式を満たす値を解き明かしたいという問題意識を表している。この不均衡を経て、下の派生した不均衡が表れると考えられる。

この問題意識のネットワークは、教師が誘導しやすい時系列的な今までの指導計画ではない。あくまでも生徒の問題意識の流れを基に考えたものである。しかも、認知の不均衡を解消することによって数学の指導目標を達成しようとするものである。

4.2 認知の不均衡を導く課題

具体的な課題学習による単元構成として、中学校3年生の「二次方程式」について提示する。

島田(1991)の実践例を参考にする。島田は「二次方程式の発展的な導入課題の一考察」として導入課題を工夫し、授業を展開した。その展開は、1つの課題から、

一次方程式となるもの、

$x^2 = a$ となるもの、

$ax^2 + bx + c = 0$ となるもの、

などいろいろな形の式ができる展開である。

しかも、二次方程式が自然とその中に含まれるような課題で、かつそれが以後の計算や方程式でも使えるように島田は考えた。

しかし、島田の単元の導入課題からは生徒の問題意識が、どのように確立・継続し、しかも数学の指導目標を達成することができるのか明らかではない。そこで、単元構成のポイントとなる認知の不均衡を基に島田の考えを組み直していく。二次方程式の指導目標を達成し、生徒が認知の不均衡の状態になるために次の、 の条件を考えた。

二次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の一般形が、単元の中で生徒の自然な考えとして表されるために外枠を「長方形」にする。また、長方形を正方形に変形する過程から平方完成を実感させる条件としても、外枠を「長方形」とすることが適当である。

二次方程式には、平方完成の考えから解の公式を理解する流れがある。よって、平方完成できるように面積が2乗で表されるものが適当である。すなわち、整数の2乗で表することができる花壇の面積の数値と、花壇の形を正方形から長方形に変えると2乗では解けない数値を考える。また、花壇を長方形にしたときの縦横の組合せが多様になれば、生徒は多様な花壇のデザインを考案することになる。そのことによって教師から提示された課題を生徒が、自分が創作したデザインによって自分自身の問題と捉えることができる。よって、多様な長方形を考案するため、2つ以上の素因数の2乗で表される

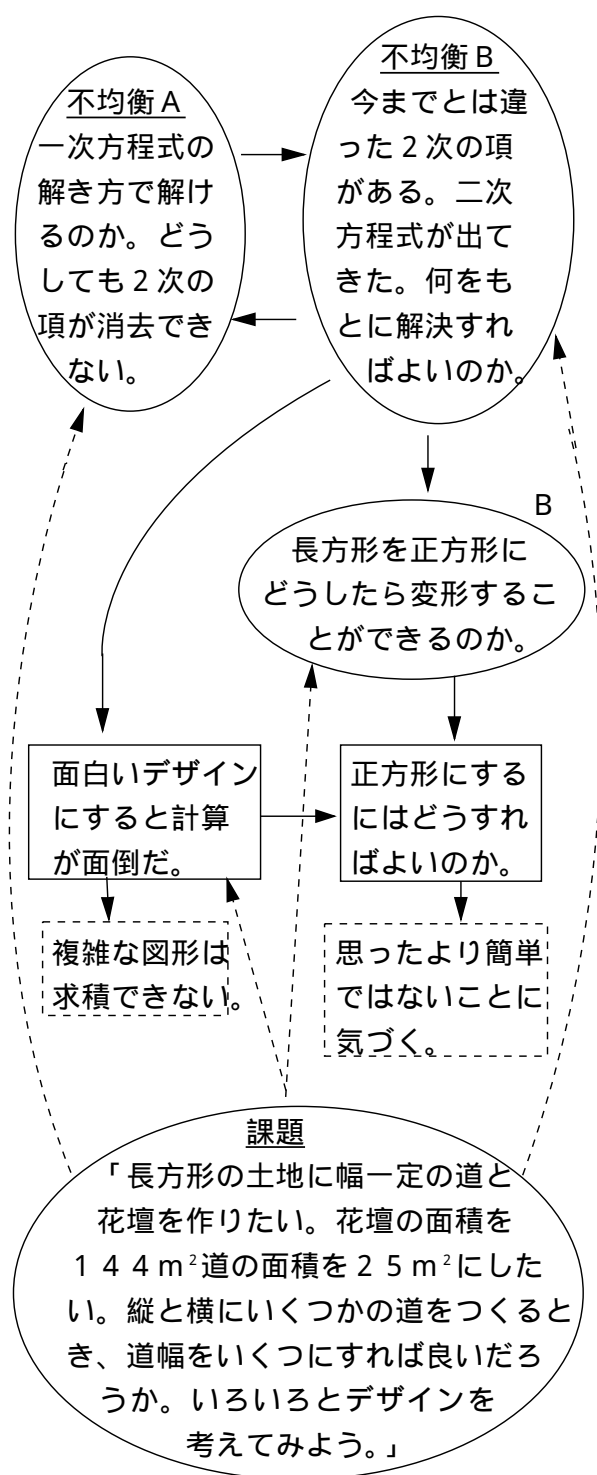
$144 = (2^2)^2 \times 3^2$ が適当である。

、 の条件から次のような課題を考えた。

「長方形の土地に幅一定の道と花壇を作りたい。花壇の面積を 144 m^2 道の面積を 25 m^2 にしたい。縦と横にいくつかの道をつくるとき、道幅をいくつにすれば良いだろうか。いろいろとデザインを考えてみよう。」

この課題から、生徒の次のような反応が予想できる。花壇のデザインにおいて「正方形になれば問題は解決できるが、長方形のデザインになるとなぜ問題が解決できなくなるのか」という不均衡になる。この不均衡は、既知の知識である平方根の考えだけでは解決できない状態になる。すなわち2乗（平方）の数は、正方形のデザインで簡単に求めることができるが、長方形では簡単に求めることができなくなる認知の不均衡を導き出すために仕組んだ数値である。

以上のことから、生徒の問題意識のネットワークに対応して考えると、図2（次ページ参照）になる。まず、課題から二次方程式で表されることになり、不均衡Aが生じる。よって、その課題から不均衡Aが派生することが考えられるので課題と不均衡Aを結んである。一方では、その解決過程の中で生徒の多様な考えを引き出すことができる。そのときの多様な考えとは、数の当てはめで解くことができる場合、デザインによって一次方程式や二次方程式で解くことができる場合などである。この多様な考えの比較検討によって不均衡Bが生じる。そして、その不均衡Bを解決する過程で、方程式などの既知の知識だけでは解決できず、花壇のデザインについて比較検討するように仕組まれた不均衡Bに問題意識が移る。この不均衡Bは、教師が提示した課題から派生した不均衡ということが出来る。よって、課題と不均衡B、課題と不均衡Bを結んである。このとき、課題から派生した不均衡を基に、問題意識のネットワークとして単元全体を構成すると図2のようになる。この課題は二次方程式の指導目標から意図的に作られたものである。そして、その指導目標から意図的に作られた不均衡だけではなく、その課題から新たに派生した不均衡についての問題意識のネットワークが図2のようになる。尚、図の中の実践の矢印は問題意識の流れを表し、そして点線の矢印は課



＜図2 課題から派生した認知の不均衡についての問題意識のネットワーク＞

課題から派生した不均衡への流れを表している。

このように目標から設定した不均衡だけではなく、課題から派生した不均衡があること

が考えられる。

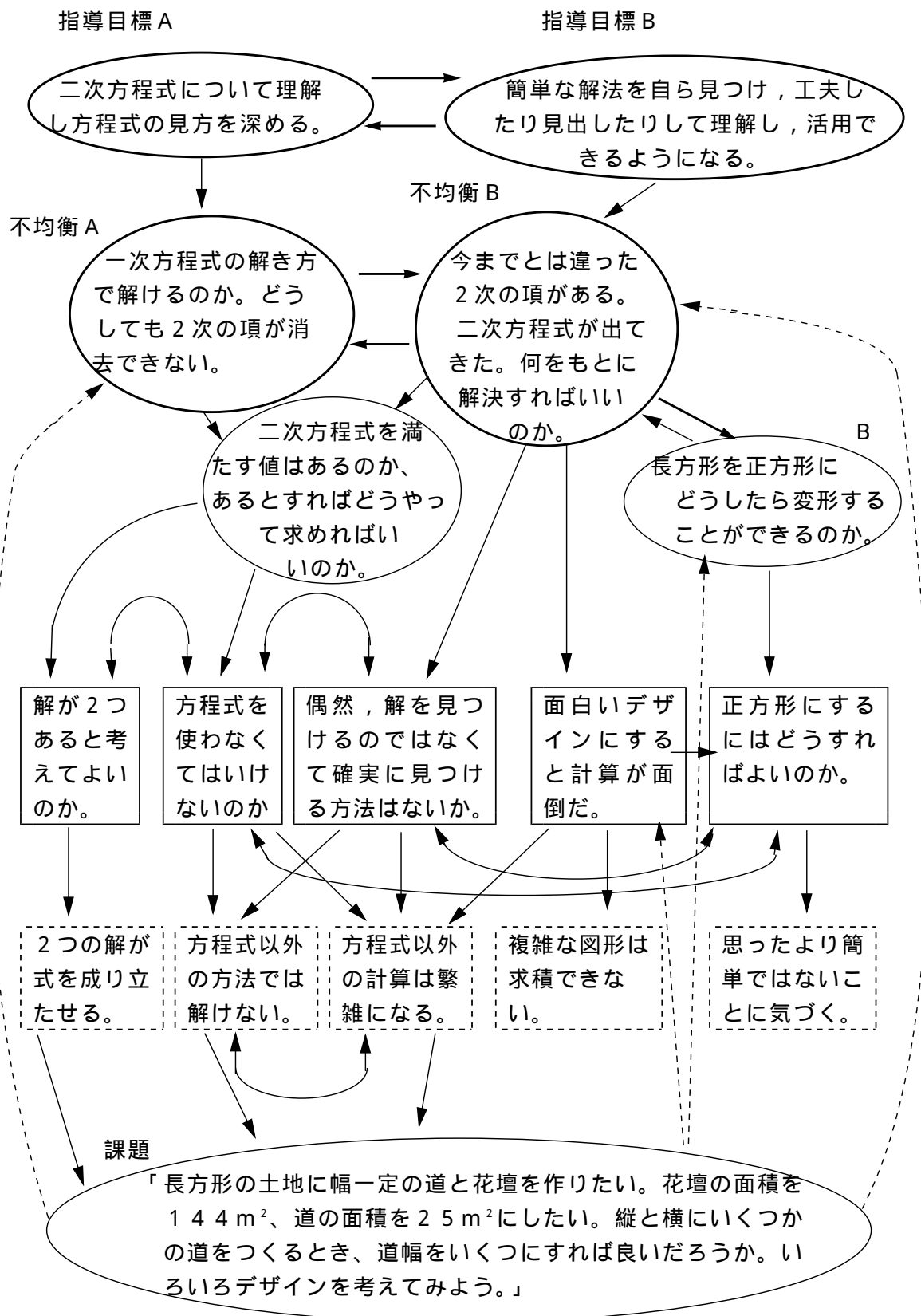
4.3 認知の不均衡を基にした問題意識のネットワーク

図3（次ページ参照）では、図1の指導目標を基にした問題意識のネットワークと図2の課題から派生した認知の不均衡についての問題意識のネットワークを絡み合わせてできたものといえる。つまり、教師の提示する課題を考え、その中で生まれる課題に沿った不均衡を付加することで問題意識が絡み合い、問題意識が継続することになる。そして、問題意識を継続し、数学の指導目標も達成することになる。このような認知の不均衡を基にして、通常の授業も主体的な学習を促し、数学的な見方や考え方の育成を重視するように単元全体を課題学習として扱う展開を「課題学習による単元構成」として考えた。

この図3の問題意識のネットワークについて、さらに具体的に述べる。不均衡AとBが単元全体を通して問題意識として継続する。そして、不均衡A、Bから派生した不均衡が生じることによって、短いスパンでの問題意識が継続される。このとき、不均衡A、Bから派生した不均衡が解消することによって、その知識が単元全体の不均衡A、Bの解決につながり、単元全体で生徒の問題意識が継続することになる。

図3の中で、不均衡A、Bから派生した不均衡について考察する。指導目標Aを導くための不均衡Aから派生した「方程式を使わなくてはいけいないのか」という不均衡がある。そして、教師の提示する課題から派生し、不均衡Bから流れた「正方形にするにはどうしたらよいのか」という不均衡がある。

この2つの不均衡が結ばれている理由を述べる。この正方形にするためには、方程式の平方完成の考え方が必要になり、課題の道幅を解決できることになる。よって、この課題から派生した不均衡が、数学の指導目標を達



< 図 3 認知の不均衡を基にした「問題意識」についてのネットワーク >

成するための不均衡に変わり、解消できる。
また逆に、数学の指導目標を達成するための不均衡が、課題から派生したデザインによって、方程式が理解され、不均衡が解消される。このように指導目標と課題から派生した問題意識が絡み合うことによって、問題意識が継続し、主体的な学習を促進できると考えられる。

5.まとめと今後の課題

本稿では、問題意識の確立や継続と同時に数学の指導目標も達成することに焦点を当てた「課題学習による単元構成」をした。単元構成にあたっては、ポイントとなる指導目標に沿った認知の不均衡を誘発するような問題意識のネットワークを完成することが重要だった。そこで、それに見合う授業展開をすれば、課題学習による単元構成によって主体的な学習が促進し、その主体的な学習活動の中から数学的な見方や考え方を育成することができると考える。筆者は実際に「二次方程式」の単元の検証授業を12時間行っている。その授業においては、生徒の主体的な学習が図られ、問題意識の継続も確認された。その詳しい分析・考察については、紙幅の関係により別稿にゆずることにする。

次に今後の課題について述べる。まず、認知の不均衡を誘発するような問題意識のネットワークは個人によってネットワークの進み方が異なる。よって、各個人の問題意識をどのようにまとめあげていくかも検討しなければならない。そして、単元のどの指導目標をポイントとして認知の不均衡を誘発していけばよいかなど、具体的な展開と合わせて考えていかなければならない。また、他の単元ではどのようなことが考えられるのかも検証していく必要がある。

引用 参考文献

- Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 41-62.
- Hart, C. (1990). Some factors that impede or enhance performance in mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 167-171.
- 井上正允. (1991). 課題学習についての一考察. 日本数学教育学会誌, 73, 62-70.
- 井上正允. (1993). 課題学習の日常化. 日本数学教育学会誌, 75, 112-120.
- 久保田敏也. (1994). 問題意識の質的変容を促す発問に関する一考察. 上越教育大学大学院学校教育研究科修士論文(未公刊).
- 日下正一. (1996). ピアジェの均衡化概念の形成と発展. 風間書房.
- 古藤 怜. (1989). 課題学習について. 上越数学教育研究, 4, 1-10.
- 長島富央. (1998). 数学の授業における個の学びに関する研究. 上越数学教育研究, 13, 83-92.
- 三山善久. (1990). 課題学習に関する一考察. 日本数学教育学会誌, 72, 94-100.
- 文部省. (1999). 「中学校学習指導要領」(平成10年12月)解説-数学編-. 大阪書籍.
- 岡本光司. (1998). 生徒が「数学する」数学の授業. 明治図書.
- 岡崎正和. (1997). 均衡化理論に基づく数学的概念の一般化における理解過程に関する研究. 数学教育論究, 69, 29-43.
- 島田直美. (1991). 2次方程式の発展的な導入課題の一考察. 日本数学教育学会誌, 73, 116-121.
- 相馬一彦. (1997). 数学科「問題解決の授業」. 明治図書.
- 曾根崎高志. (1992). 中学校数学科における課題学習の研究. 日本数学教育学会誌, 74, 136-145.
- 田口隆夫. (2001). 課題学習による単元構成についての研究. 上越数学教育研究, 16, 157-166.